

Entraînement brevet - Mathématiques - octobre 2014

Corrigé

EXERCICE 1

4 points

- $\frac{80}{45} = \frac{16 \times 5}{9 \times 5} = \frac{16}{9}$, il s'agit donc d'un écran de format $\frac{16}{9}$.
- Dans le triangle rectangle formé par la longueur, la largeur et la diagonale (on la notera d), on a d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned}d^2 &= 30,5^2 + 22,9^2 \\d^2 &= 1454,66 \\d &= \sqrt{1454,66} \approx 38,14\text{cm}\end{aligned}$$

D'où la mesure en pouces : $38,14 \div 2,54 \approx 15$ pouces.

La mention « 15 pouces » est bien adaptée à cet écran.

- La longueur et la largeur étant proportionnelles, la largeur vaut :

$$14,3 \div \frac{4}{3} \approx 10,7\text{cm}.$$

EXERCICE 2

4 points

- Le triangle ATB est un triangle inscrit dans un cercle donc le diamètre est un côté du triangle. Donc ce triangle est rectangle et le diamètre [AB] est son hypoténuse.
- Dans le triangle ATB rectangle en T, on :

$$\widehat{BAT} = \cos^{-1} \frac{AT}{AB} = \cos^{-1} \frac{12}{15} \approx 37^\circ$$

- Les droites (AF) et (KB) sont sécantes en T.

$$\frac{TF}{TA} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{TK}{TB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ donc } \frac{TF}{TA} = \frac{TK}{TB}.$$

De plus les points K, T, B et F, T, A sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (KF) sont parallèles.

- On remarque avant tout que les angles \widehat{ATB} et \widehat{KTF} sont opposés par le sommet donc de même mesure. Le triangle TKF est donc rectangle en T et son aire vaut :

$$\frac{KT \times TF}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6\text{cm}^2.$$

EXERCICE 3

6 points

- La flèche est tirée d'une hauteur de 1m.
 - La flèche retombe au sol à 10m de Julien.
 - La hauteur maximale atteinte par la flèche semble être légèrement supérieure à 3m.
- $f(4) = -0,1 \times 4^2 + 0,9 \times 4 + 1 = 3$ et $f(5) = -0,1 \times 5^2 + 0,9 \times 5 + 1 = 3$.
 - $f(4,5) = -0,1 \times 4,5^2 + 0,9 \times 4,5 + 1 = 3,025$.
 -

$$\begin{aligned}(-0,1x - 0,1)(x - 10) &= -0,1x \times x - 0,1x \times (-10) - 0,1 \times x - 0,1 \times (-10) \\ &= -0,1x^2 + x - 0,1x + 1 \\ &= -0,1x^2 + 0,9x + 1 = f(x)\end{aligned}$$

EXERCICE 4

5 points

- Programme A : $10 \rightarrow 9,5 \rightarrow 190$.
 - Programme B : $10 \rightarrow 100 \rightarrow 200 \rightarrow 190$.
- Dans la cellule C2 on a saisi : $2 * A2^2 - A2$.

- b. A la lecture de ce tableau on peut conjecturer que les deux programmes donnent le même résultat.
- c. Soit x le nombre choisi.
 Le résultat du programme A a pour expression $(x - 0,5) \times 2x = 2x^2 - x$.
 Le résultat du programme B a pour expression $2x^2 - x$.
 Donc les programmes sont bien équivalents : la conjecture est démontrée.
3. On peut résoudre l'équation produit nul $(x - 0,5) \times 2x = 0$. Les solutions sont 0 et 0,5.

EXERCICE 5

6 points

1. En 2013, les dépenses s'élevaient à :

$$4 \times 250 + 450 + 4 \times 550 + 300 + 2 \times 150 = 4250$$

Avec une hausse de 6%, les dépenses vont s'élever :

$$4250 + 4250 \times \frac{6}{100} = 4505$$

2. Soit x le tarif qui permet de couvrir les frais. On doit avoir :

$$\begin{aligned} 4 \times 750 + 7x + 5 \times 750 &\geq 4505 \\ 7x &\geq -2245 \\ x &\geq -321 \end{aligned}$$

Le couple n'a donc pas besoin de louer pour la période donnée car les autres semaines suffisent déjà à couvrir !

EXERCICE 6

7 points

1. Il indiquerait $1,8 \times 0 + 32 = 32^\circ \text{F}$
2. Il indiquerait $\frac{212 - 32}{1,8} = 100^\circ \text{C}$. L'eau bout.
3. a. Si l'on note x la température en degré Celsius et $f(x)$ la température en degré Fahrenheit, alors $f(x) = 1,8x + 32$
- b. C'est une fonction **affine**
- c. L'image de 5 par la fonction f est $f(5) = 1,8 \times 5 + 32 = 41$
- d. L'antécédent x de 5 par la fonction f est la solution de l'équation $18x + 32 = 5$ soit $x = \frac{5 - 32}{1,8} = -15$
- e. En terme de conversion de température la relation $f(10) = 50$ signifie que 10°C correspondent à 50°F .

EXERCICE 7

4 points

1. Le PGCD des nombres 84 et 133 est 7 (algorithme d'Euclide ou de soustraction).
2. Les solutions de l'inéquation $-3x + 5 \geq 9$ sont les nombres x tels que $x \leq \frac{-4}{3}$.
3. V étant le volume du petit cube et V' étant le volume du grand cube, on a $V' = 8V$.
4. La mesure manquante est $\sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$.